

DETERMINAZIONE DEI PARAMETRI DELLE CURVATURE ESISTENTI NEL GRANDE EMICICLO DEI MERCATI DI TRAIANO NELL'AREA ARCHEOLOGICA CENTRALE A ROMA

di Renzo Carlucci, Donato Tuffilaro, Lucrezia Ungaro

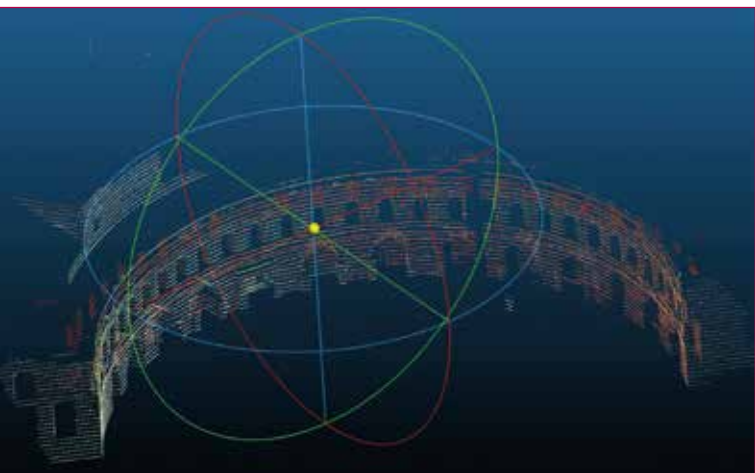


FIG. 1 - Il set di dati utilizzato, la nuvola di punti.

Per analizzare l'andamento geometrico dell'arco di curvatura del Grande Emiciclo dei Mercati di Traiano, sono stati utilizzati i dati rilevati nell'occasione del forum Technology for All 2015 in cui, all'interno della mostra delle tecnologie, i produttori hanno mostrato l'uso di strumenti per l'acquisizione di nuvole di punti con laser scanner di alta precisione in una sorta di mutua collaborazione che ha consentito di avere più set di dati di medesima o diversa natura, successivamente analizzati e confrontati per giungere alla conoscenza dei parametri geometrici costruttivi delle strutture e definirne pertanto la genesi storica.

Per elaborare i milioni di punti acquisiti ed arrivare a determinare quali curve geometriche meglio si adattavano ai dati rilevati, è stato realizzato e messo a punto uno specifico software che ha portato alla individuazione di due diversi archi di curvatura originati probabilmente da ripensamenti durante la fase costruttiva. Con sistemi topografici tradizionali si è poi proceduto successivamente ad effettuare un tracciamento evidenziando a terra i centri dei due archi di circonferenza individuati.

Il recente avanzamento tecnologico ha visto la crescita di metodi di rilevamento basati sull'uso di sistemi *Laser Scanner* che sono l'evoluzione degli strumenti topografici classici atti a misurare punti predefiniti e auto-collimati con registrazione di angoli e distanze. La possibilità di automazione introdotte dai sistemi robotici ha consentito di creare degli strumenti che ruotando automaticamente un puntatore laser con piccoli incrementi, misurano il tempo di andata e ritorno del fascio luminoso emesso in direzione dell'oggetto di rilievo. Si ottiene così la distanza dallo strumento all'oggetto e con gli angoli di orientamento del raggio laser si giunge a determinare le coordinate del punto colpito con una trasformazione da coordinate polari a coordinate cartesiane, in un sistema di riferimento locale. Considerato che la rotazione dell'emettitore del raggio laser avviene con incrementi minimali di ordine inferiore al decimo di secondo, nel piano verticale ed orizzontale, si perviene a comprendere come si possa produrre in un ristretto arco temporale la determinazione di un grande numero di punti 3D, che nell'uso corrente è chiamata nuvola di punti.

Nel contesto dei Mercati di Traiano sono state acquisite più nuvole di punti che hanno interessato tutto ciò che un Laser Scanner, posizionato all'interno dell'area antistante il Grande Emiciclo, poteva collimare. Il risultato ha prodotto diversi set di dati che danno origine a quello che oggi viene definito più come Cattura della Realtà, traducendo il *Reality Capture* in uso nel gergo tecnico di coloro che stanno mettendo a punto tecniche di acquisizione digitali del mondo che ci circonda.

Da questi diversi set di punti sono state estrapolate le zone interessate dal Grande Emiciclo, da sottoporre a successiva analisi per determinare gli archi di curvatura sottesi.

L'ACQUISIZIONE DELLE NUVOLE DI PUNTI 3D

I dati necessari alla realizzazione di questo studio, rilevati in occasione della manifestazione *Technology for All del 2015* (<http://technologyforall.it>), sono stati acquisiti da alcune ditte produttrici di sistemi laser scanner, ricavando nell'arco di alcune ore nuvole di punti ad alta densità da stazioni poste nell'area antistante il Grande Emiciclo. Sono stati utilizzati i seguenti sistemi:

Leica ScanStation C10 Laser Scanner "All-in-One" per tutte le applicazioni che include scanner, compensatore biassiale, batterie, sistema di controllo e archiviazione dati, fotocamera/videocamera con auto esposizione, piombo laser.

Faro CAM2 FocusS 350 Progettato specificamente per applicazioni in esterno grazie alle sue piccole dimensioni, alla sua estrema leggerezza e all'ampio range di scansione, con possibilità di ottimizzare la qualità dei dati in loco tramite compensazione.

Topcon GLS-2000 a media portata, uno scanner con funzionalità complete utilizzabile in modo efficace per acquisire

l'esistente in grado di acquisire con precisione una scansione completa a 360° comprensiva di immagini, in meno di tre minuti.

Trimble TX8 Scanner 3D progettato per prestazioni elevate, consente di completare i progetti di scansione 3D più velocemente che mai con velocità di scansione efficace di un milione di punti al secondo.

Le scene di ripresa hanno prodotto nuvole di oltre 100 milioni di punti ciascuna. La scelta della risoluzione, inferiore comunque ad 1 cm in ogni parte del paramento rilevato, ha dovuto tenere in considerazione le caratteristiche di un rilievo proposto per documentare tutta l'area, ma essere comunque rappresentativa sulla porzione analizzata con caratteristiche di densità ed accuratezza significative e statisticamente solide per poter effettuare successive analisi della curvatura dell'emiciclo. Inoltre, al fine di poter definire la originaria curvatura è stata prestata attenzione a dirigere il rilievo con maggiore attenzione alle zone adatte alla misura individuate su una fascia di muratura che abbia potuto subire meno interventi possibili nella sua storia.

IL PROBLEMA GEOMETRICO E IL CALCOLO FINALE

Le nuvole di punti acquisite hanno consentito di effettuare un calcolo finalizzato alla determinazione della figura geometrica su cui si basa la pianta dell'emiciclo dei Mercati di Traiano. Questa, assimilabile al cerchio, presenta però delle anomalie che hanno indotto a pensare come se la pianta stessa sia stata derivata da diversi archi di cerchi dovuti a successive costruzioni o ripensamenti in fase di realizzazione dell'alzato. Dal punto di vista geometrico la determinazione della curvatura è stata affrontata con un procedimento di calcolo analitico basato sui principi geometrici della ricerca del campione che meglio si adatta ad una figura determinata (*best fitting*) tramite una analisi statistica denominata "ai minimi quadrati". Il procedimento di calcolo è stato basato sfruttando l'equazione del cerchio che contiene le coordinate del suo centro (a,b) ed il valore del raggio (r). Essendo note le coordinate di almeno 3 punti non allineati si ottengono facilmente i valori di a, b, r risolvendo un semplice sistema di 3 equazioni.

Ma avendo a disposizione un numero di punti maggiore di 3 si è proceduto a determinare quali sono i valori più probabili di a, b ed r, applicando un procedimento stocastico in cui si ipotizza che le tre coppie di coordinate (x_i, y_i) i=1,2,3 siano state ottenute da un calcolo effettuato a partire da grandezze geometriche ottenute con procedimento di misura quale ad esempio angoli e distanze misurate in un rilievo. In questo caso si deve assumere che le coordinate siano affette da errori casuali, sebbene di modesta entità, che sono sempre presenti nei procedimenti di misura. In altre parole le coordinate sono, in questo caso, delle variabili statistiche, delle quali abbiamo a disposizione i valori medi e ne conosciamo la distribuzione teorica. Inoltre e più precisamente, dato che le coordinate sono state ottenute con un calcolo a partire dai valori di alcune grandezze misurate, sono state riguardate nel loro insieme come una variabile statistica a più dimensioni (sei nel nostro caso). In ragione del metodo di rilievo utilizzato le correlazioni tra le coordinate dei punti rilevati possono essere più o meno accentuate.

Dal punto di vista generale, è stato necessario effettuare qualche ipotesi per poter arrivare a una stima basandosi, sul metodo di rilievo adottato. Considerato che il rilievo è stato eseguito con tecnologia laser-scanner [ALBA2015] si può assumere che la x e la y di ciascun punto sono correlate, ma non esiste correlazione tra ciascuna coppia e le altre. Infatti l'apparato laser scanner misura per ciascun punto acquisito la distanza ρ, la direzione azimutale α, e la direzione zenitale θ pertanto le coordinate rettangolari x,y,z, ove sono stati

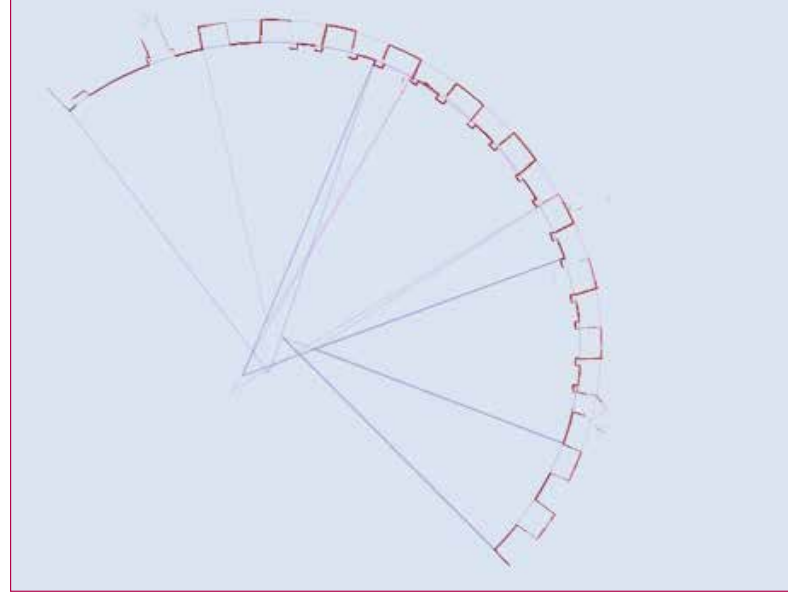


Fig. 2 - Alcuni archi di circonferenza individuati in sistema CAD. La selezione dei punti è avvenuta considerando solo quelli che ricadevano in un settore circolare avente spessore pari a 20 cm per ciascun arco.

assunti i valori suggeriti da [ALBA2015] con precisione tipica della misura di distanza dei sistemi laser pari a:

$$\sigma_{\rho} = \pm 5 \text{ mm}$$

e misure angolari pari a:

$$\sigma_{\alpha} = \sigma_{\theta} = \pm 4 \text{ mgon}$$

che corrispondono: $\pm 0,0040 \text{cc}$ o a $6,2831 \cdot 10^{-5} \text{radianti}$

Nel procedimento di calcolo effettuato, che viene ommesso ma riportato per chi fosse interessato all'indirizzo web in [TUFILLARO2016], sono state adottate alcune semplificazioni, ipotizzando che tutti i punti siano stati rilevati con la stessa precisione e che le coordinate di ciascun punto siano risultate con la stessa accuratezza, quindi intervenendo nel procedimento di calcolo con lo stesso peso.

In prima battuta, la nuvola di punti determinata avrebbe prodotto una serie di circonferenze concentriche. Quindi è apparso logico cercare i valori delle coordinate del centro delle circonferenze e, di seguito, analizzare i residui allo scopo di escludere i punti anomali e di formare un istogramma delle frequenze relative dei raggi. Eseguito il calcolo complessivo ed avendo escluso i punti anomali, il calcolo si è ripetuto su gruppi di punti per determinare la probabilità di avere non un solo centro ma più di un centro delle circonferenze di *best fitting* (migliore adattamento).



Fig. 3 - Dai 500 mila punti acquisiti sono stati analizzati 429mila e 209mila rispettivamente per le due curvature individuate.

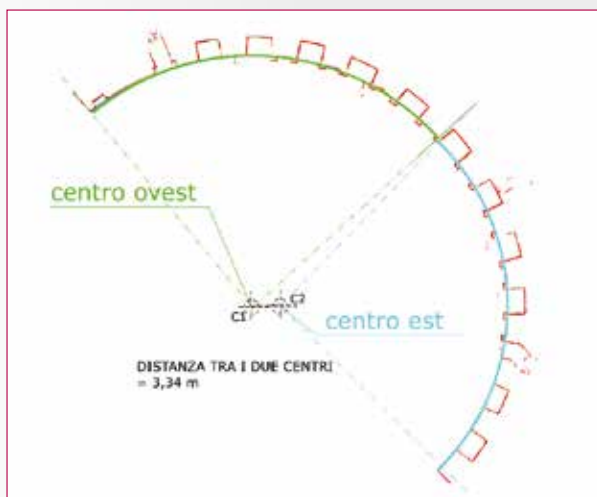


Fig. 4 - Il posizionamento su CAD dei cerchi e i relativi centri.

IL CALCOLO EFFETTUATO

Per effettuare il calcolo si è operata una selezione interattiva, dall'insieme dei punti rilevati, costruendo, con l'ausilio di un CAD, alcuni archi di circonferenza, in modo da selezionare dei ristretti settori circolari utili ad individuare i parametri approssimati delle circonferenze, da sottoporsi al calcolo ai minimi quadrati.

Nella figura seguente si riporta l'individuazione interattiva di quattro archi di cerchio sul filo interno delle strutture murarie (rappresentati in colore blu) e di quattro archi di cerchi sul filo interno dei fondi delle nicchie (rappresentati in colore magenta).

È stata predisposta una procedura di calcolo con software appositamente realizzato al fine di applicare il procedimento ai minimi quadrati prima a ciascuno degli archi, per controllare l'approssimazione dei parametri stimati e poi all'insieme globale dei punti.

Quindi operando una volta sui dati corrispondenti alla giacitura interna ed un'altra sui punti corrispondenti alla giacitura esterna, sono stati presi in considerazione tutti i punti selezionati iterando il procedimento di calcolo su due archi variabili. Si è cioè determinato inizialmente un unico arco che poi è stato diviso in due metà, procedendo poi decrementando l'arco iniziale di un grado centesimale ad ogni ciclo finché i parametri di precisione (la matrice di varianza covarianza delle coordinate del centro e del raggio) miglioravano. Se non si ottiene un miglioramento si riparte dal punto iniziale e si incrementa di un grado centesimale ad ogni ciclo. In questo modo sono stati determinati due archi che presentano la migliore situazione della precisione del centro e del raggio.



FIG. 5 - Il centro inciso a terra sulla pavimentazione marmorea originale del Foro di Traiano, esedra orientale, antistante il Grande Emiciclo, scoperto durante la prova sul campo dei risultati di calcolo.

I RISULTATI

L'esecuzione del calcolo ha condotto alla non convergenza degli archi esterni, pertanto si può concludere che il fondo delle nicchie non ha una giacitura congruente con il bordo interno della muratura.

Per la muratura esterna dell'emiciclo sono state ottenute due curvature diverse della pianta dell'emiciclo che si possono così descrivere:

- ▶ *Primo arco (ovest)*
Compreso tra la direzione 356,14 e la direzione 53,03 (azimut in gradi centesimali) con centro $X=11,14$ $Y=1,80$ e raggio = 29,40 metri (determinazione ottenuta da 429.000 punti con scarto quadratico medio $X=0,00036$, $Y=0,00131$, raggio= 0,0021 metri)
- ▶ *Secondo arco (est)*
Compreso tra la direzione 53,03 e la direzione 145,93 (azimut in gradi centesimali) con centro $X=14,49$ $Y=1,70$ e raggio = 26,62 metri (determinazione ottenuta da 209.000 punti con scarto quadratico medio $X=0,00097$, $Y=0,00017$, raggio= 0,00085 metri)

LA VERIFICA FINALE

Al fine di verificare i risultati ottenuti dal calcolo si è proceduto ad eseguire un rilievo diretto posizionando una Total Station sui due centri ottenuti.

Per questo sono state determinate le posizioni a terra dei centri C1, del cerchio ovest, e C2 del cerchio est. Da questi punti sono state effettuate nuove misure con una stazione topografica digitale messa a disposizione dalla Leica Geosystems di Roma, con la quale sono state rilevate le distanze ad una fascia di punti localizzata nella zona del paramento originale, o almeno che abbia subito meno restauri nel tempo. La conferma della bontà del procedimento, verificato a posteriori con la misura della costanza del raggio di curvatura, ha portato anche ad una verifica materiale in quanto nella prevista posizione del centro del cerchio ovest, sul pavimento marmoreo originale dell'esedra orientale del Foro (antistante il Grande Emiciclo) è stata trovata l'incisione di un punto cerchiato, forse attribuibile ad analoga operazione di controllo fatta negli anni Trenta durante i lavori di restauro e studio del complesso.

BIBLIOGRAFIA

- [ALBA2015] Alba, M., Giussani, A., Roncoroni, F., Scaioni, M., 2005. Analisi delle precisioni ottenibili nella determinazione di punti con laser scanning terrestre utilizzando la georeferenziazione diretta. In: Atti del Convegno Nazionale della SIFET, Palermo, su CD. Available from: https://www.researchgate.net/publication/265262213_ANALISI DELLE PRECISIONI OTTENIBILI NELLA DETERMINAZIONE DI PUNTI CON LASER SCANNING TERRESTRE UTILIZZANDO LA GEOREFERENZIAZIONE DIRETTA [accessed Feb 8, 2017].
- [TUFILLARO2016] Tuffillaro, D. Determinazione delle coordinate del centro e del raggio di un cerchio mediante la misura indiretta delle coordinate planimetriche di n punti. Roma 2016, Available from: <https://archeomatica.it/images/2017/appendici/Tuffillaro2016.pdf>

ABSTRACT

The article describes a new study developed on the great hemicycle of the Mercati di Traiano: the analysis of the geometric shape of the arc curvature. For this study, the data collected on the occasion of the Technology for All 2015 forum were used. The collected data (point clouds) were obtained from high precision instruments (e.g. laser scanners) distributed by the producers present at the forum in a sort of mutual collaboration that allowed to have more data sets of the same or different nature, subsequently analyzed and compared to reach the knowledge of the structural geometric parameters of the structures and therefore define their historical genesis.

PAROLE CHIAVE

RILIEVO; LASER SCANNER; CURVATURA; MERCATI DI TRAIANO; FORI IMPERIALI

AUTORE

RENZO CARLUCCI - R.CARLUCCI@MEDIAGEO.IT

DONATO TUFILLARO - D.TUFILLARO@SOGEI.IT

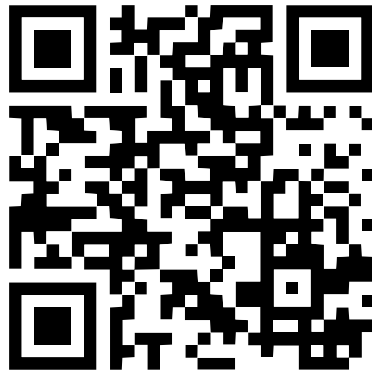
LUCREZIA UNGARO - LUCREZIA.UNGARO@COMUNE.ROMA.IT

U



A

C



E

www.uace.eu

 VIRTUALGEO

Valorizzazione - Promozione - Catalogazione Advanced 3D - BIM - VR - Marketing